CÁLCULO DE INSTALACIÓN DE ANTENAS - 1ª PARTE

por EA4BOD

Desde el primer momento en que Telecomunicaciones exige a los radioaficionados el cálculo de las instalaciones radiantes se han hecho toda una serie de tentativas por simplificarlos. La tarea no es sencilla, en ningún caso se mencionan nociones imprescindibles como módulo resistente (W), área de sección (A), esfuerzo normal (N), reacciones (R), etc. o tensiones admisibles (σ) para los diferentes tipos de acero.

Hace tiempo, observando los materiales publicados en revistas sobre el tema, esperaba de alguno de los radioaficionados y sobre todo ingenieros o arquitectos una crítica evidente de los errores y fallos cometidos. Como esto no sucedió, al aparecer un nuevo artículo en nuestra revista con los mismos desconocimientos de resistencia de los materiales, decidí llamar la atención con mi artículo "Inocentadas en enero".

No todos saben que URE intercambia sus revistas con asociaciones de medio mundo, algunos materiales se traducen y se reeditan en sus idiomas por lo que, consciente de la opinión que pueda generar este tipo de artículos, he salido al paso no como un criticastro sino con fundamento para poder demostrar lo contrario y dar a entender que también en España tenemos profesionales competentes para cumplir todo tipo de tareas.

Como veo por la nota de EA4CFE que sigue en sus trece y que de nada le sirven opiniones ajenas, cuando examinemos el caso de su antena, le demostraré sus "conocimientos" del tema.

Entre las instalaciones radiantes de radioaficionados podíamos diferenciar cuatro tipos de sistemas que serán los que exponemos a continuación comenzando por los más sencillos.

1º Antena sobre mástil sujeto a paramento vertical.

El gráfico fig. 1 muestra el sistema compuesto por:

a.- Antena vertical para 2 metros sobre un mástil Televés de 3 m y diámetro de 45 mm.

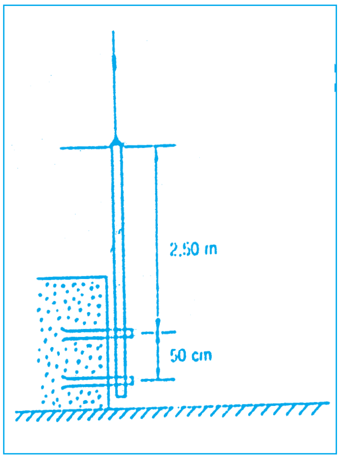


Figura 1. Aspecto del mástil con la antena.

Datos necesarios:

Antena:
altura - 2 m.
diámetro - 20 mm.

Radiales:
longitud - 0,5 m.
diámetro - 10 mm.

Peso - 2 Kg.

Mástil:
longitud - 3 m.
diámetro exterior - 45 mm.
diámetro interior - 41 mm.

Estos tipos de instalaciones se calculan al igual que las diferentes vigas. En este caso se procede como una viga con un extremo perfectamente empotrado y el otro libre (voladizo).

La metódica para todos los sistemas es la típica:

1.- Determinación de todos los esfuerzos externos sobre la instalación.

2.- Cálculo de los esfuerzos internos en los elementos originados por los esfuerzos exteriores.

3.- Comprobación de las secciones de los elementos para que cada uno de ellos y a su vez el conjunto de la estructura, bajo la hipótesis más desfavorable, cumplan las condiciones de no sobrepasar los límites de equilibrio y agotamiento del material utilizado.

Los esfuerzos externos que originan los esfuerzos internos son motivados por la presión dinámica del viento y que varían dependiendo del punto geográfico de montaje, carga de nieve, pesos de los elementos.

Generalmente se conoce bien la velocidad máxima de los vientos locales pero no la presión dinámica. Para todos aquellos que deseen o necesiten conocer este dato pueden utilizar la fórmula:

$$W = \frac{v^2 \text{ m/seg.}}{16}$$

Como ejemplo tomemos la zona centro y en concreto Madrid con 150 km/h. Primeramente transformaremos los 150 km/h. en metros por segundo:

150km/hx1000 m:(60 min. x 60 seg)= 150.000:3.600=41,67 m/seg.
w = (41,67 m/seg.)^2 = 1736,4 : 16 = 108,5 kg/m^2

La presión dinámica del viento por cada metro lineal es de:

antena: q_a = 0,02 m^2/m x 108,5 kg/m^2 = 2,17 kg/m
radiales: p_r = 0,5 m x 2 un. x 108,5 kg/m^2 x 0,01 m = 1,08 kg.
mástil: q_m = 0,045 m^2/m x 108,5 kg/m^2 = 4,88 kg/m.

Como podéis observar, las cargas repartidas (q) van atribuidas a la unidad de longitud (kg/m) mientras que las concentradas (p) se aplican en un punto.

El esquema de cálculo (figura 1a) está presentado con un giro de 90°, con las cargas eólicas, puntos de aplicación de las resultantes de estas cargas y sin la carga normal (n) vertical que por el momento no la necesitamos.

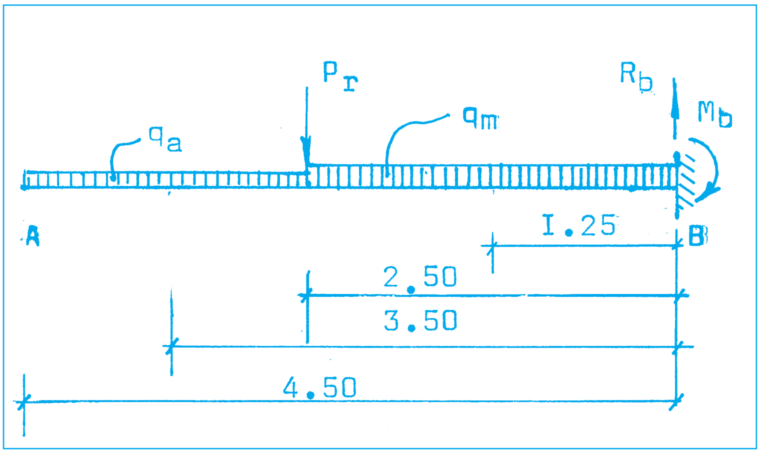


Figura 1a. Esquema de cálculo.

DETERMINACIÓN DE REACCIONES Y MOMENTOS FLECTORES

1.- Reacciones

El esquema, con un único punto de apoyo, solamente puede tener una única reacción equivalente a la carga eólica:

R_b = 2,17 kg/m x 2 m + 1,08 kg/m + 4,88 kg/m x 2,5 m = 17,62 kg.

2.- Momentos flectores

De la antena: 2,17 kg/m x 2 m x 3,5 m = 15,19 kgm.

De los radiales: 1,08 kg x 2,5 m = 2,7 kgm.

Del mástil: 4,88 kg/m x 2,5 m x 1,25 m = 15,25 kgm.

El momento flector máximo M_b= 33,14 kgm.

3.- Comprobación de los elementos

El elemento a comprobar en este caso es el mástil elegido para lo cual tomaremos los siguientes valores estáticos:

e = 2 mm, p = 2,11 kg/m, Ø = 40,5 mm, A = 2,67 cm^2, W= 2,72 cm^3

y la fórmula de comprobación:

$$\frac{N}{A} + \frac{M}{W} = \sigma$$

donde N es el peso total de instalación llamado carga normal

N = P ant. + P mast. = 2 kg. + 2,11 kg/m x 3 = 8,33 kg.

así pues:

$$\frac{8{,}33 \text{ kg}}{2{,}67 \text{ cm}^2} + \frac{33{,}14 \text{ kgm x } 100 \text{ cm}}{2{,}72 \text{ cm}^3} = 1221{,}5 \text{ kg/cm}^2$$

lo cual es menor que 1730 kg/cm^2 para aceros A-42 con el coeficiente de seguridad 1,5 y por lo tanto cumple totalmente las exigencias.

Por otra parte queda calcular los anclajes del tubo.

Esta operación se realiza en dos etapas:

1.- Cálculo de la sección de las grapas

2.- Cálculo de profundidad del anclaje en paramento.

La primera depende del peso de la instalación (N) y de la distancia hasta el paramento y la segunda del momento máximo que originara una fuerza de reacción al arranque.

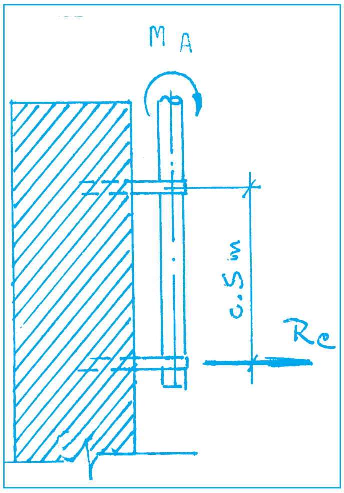


Figura 1b.

Si tomamos la separación al paramento de 15 cm, tendremos un momento de

M = N kg x L cm = 8,33 kg x 15 cm = 124,95 kg cm

y el módulo resistente necesario:

$$W = \frac{\sigma}{M} = \frac{124{,}95 \text{ kg cm}}{1730 \text{ kg/cm}^3} = 0{,}070 \text{ cm}^3$$

Para secciones rectangulares el módulo resistente es igual a:

$$W = \frac{b \text{ cm x } h^2 \text{ cm}}{6}$$

Si tomamos una altura de la chapa h = 3 cm y ponemos estos datos en la fórmula tendremos

$$0{,}07 \text{ cm}^3 = \frac{b \text{ cm x } 9 \text{ cm}}{6}$$

de donde b = 0,07 x 6 : 9 = 0,04 cm.

Profundidad de anclaje

Generalmente los paramentos verticales son de fábrica de ladrillo y desconocemos su calidad y su resistencia al corte. Para los cálculos tomaremos la resistencia mínima igual a 4 kg/cm.

Primeramente determinamos la reacción del ladrillo al momento máximo del mástil (fig. 1b). Por la ley de palanca, para que el sistema se mantenga estático (equilibrado), el momento máximo del mástil debe tener otro momento idéntico contrario en signo y formado por el brazo BC por la reacción $R_{c.}$.

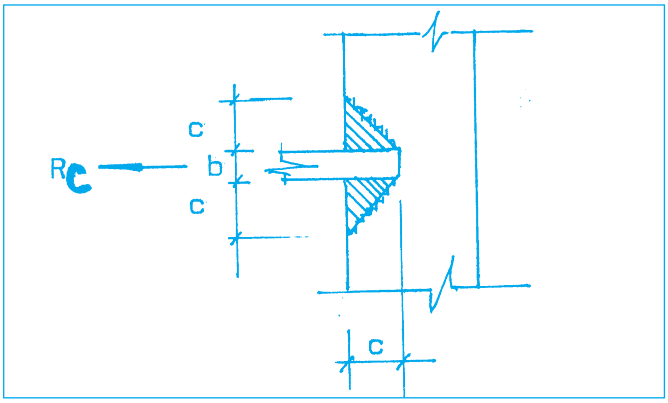


Figura 1c. Esquema de cálculo.

33,14 kgm = R_c x 0,5 m

R_c = 33,14 kgm : 0,5 m = 66,28 kg.

y como R_c = 2_c (b + c) x r min. (fig.1c), o sea:

66,28 kg = 2c (3 cm + c) x 4 kg/cm, de donde

c^2 + 3c - 8,3 = 0

Resolviendo la ecuación cuadrática tenemos que "c" será igual a:

$$c = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 + 4 \text{ x } 8{,}3}}{2 \text{ x } 1} = \frac{-9{,}49}{2} = 4{,}74 \text{ cm}$$

El anclaje será de 2 chapas de 3 x 0,04 cm y 15 + 5 cm = 20 cm de longitud.

Antes de pasar a sistemas más complejos y aprovechando el tema de los momentos, examinemos la proposición de apoyar el mástil sobre una base de hormigón con cruceta (fig.1d). En primer lugar debemos considerar que ni la reacción R_b ni el momento flector $M_{b,}$ calculados para fijar el

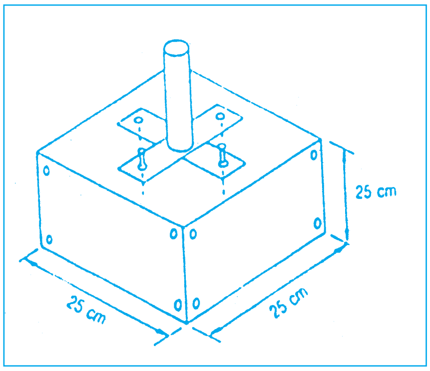


Figura 1d. Aspecto de la base de hormigón con la cruceta.

mástil al paramento, ya no nos sirven. El brazo de palanca aumenta en los 0,5 m que separan las grapas.

Los nuevos datos serán:

R_C = 18,34 kg + 0,5 m x 4,84 kg/m = 20,78 kg.

La reacción R_C en la base del mástil actúa horizontalmente sobre la superficie superior del dado de hormigón. Dependiendo de la altura H (fig. 1e) tendremos un momento en su arista inferior "G" que tiende a voltear al dado y que es igual a:

M_g = 20,78 kg x 0,25 m = 5,195 kgm.

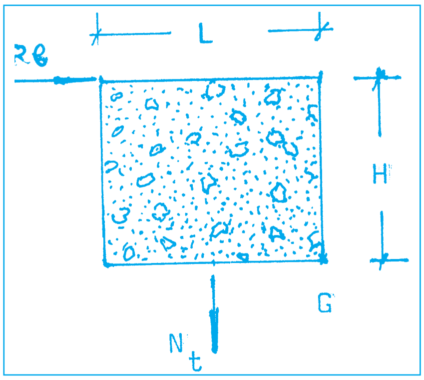


Figura 1e.

A su vez tenemos un segundo momento, contrario al anterior, que contrarresta el volteo y es igual a

-M_g = N kg x 0,5 m : 2

donde N es el peso total de la instalación incluido el del dado de hormigón. Como el peso específico del hormigón es de 2300 kg/m^3, el peso del dado será de

-P = -0,25^3 cm x 2300 kg/m^3 = - 37 kg

y el contramomento:

- M_g = - (8,33 kg + 37 kg) x 0,25 m : 2 = - 5,67 kgm.

Ambos momentos son prácticamente iguales, sin margen de seguridad por lo que las dimensiones del dado no se pueden admitir.

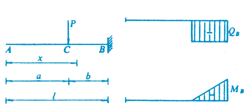
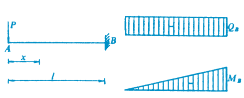
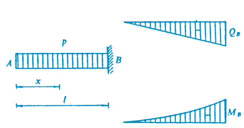
-El problema se puede resolver embutiendo el dado unos 20 cm, dejando sobresalir los 5 cm restantes para que no se acumulen las aguas de la lluvia y la altura del momento de volteo se reduciría en esos 20 cm. por lo que la diferencia de este momento sería de:

M_g = 20,78 kg x 0,05 m = 1,039 kgm, mucho menor que 5,67 kgm

o bien aumentando las dimensiones del cuadrado de la base del dado.

A continuación y para facilitar los cálculos de estructuras en voladizo se incluyen los diagramas de esfuerzos exteriores, reacciones de apoyo y los momentos flectores. Las cargas puntales se representan como "P" y las distribuidas como "p". En nuestro caso utilizamos los diagramas 2 y 3.

VIGAS EN VOLADIZO

	DIAGRAMAS	REACCIONES	MOMENTOS FLECTORES
1		$R_B = P$	$M_{AC} = 0$ $M_B = -Pb$ $M_{CB} = -P(x-a)$
2		$R_B = P$	$M_x = -Px$ $M_B = -Pl$
3		$R_B = pl$	$M_x = -p\frac{x^2}{2}$ $M_B = -p\frac{l^2}{2}$

Antes de pasar al siguiente sistema, veamos otra variante de este mismo, sus resultados y soluciones.

Supongamos que por ciertos motivos nos vemos obligados a elevar la antena en otros tres metros o sea variamos la altura de 3 a 6 m. por lo que tendremos otras reacciones y momentos.

1. Reacciones

R_b = 2,17 kg/m x 2 m. + 1,08 kg + 4,88 kg/m x (2,5 m + 3 m) = 32,26 kg.

2. Momentos flectores

De la antena: 2,17 kg/m x 2 m x (3,5 m + 3 m) = 28,21 kgm.

De los radiales: 1,08 kg x (2,5 m + 3 m) = 5,94 kgm.

Del mástil: 4,88 kg/m x (2,5 m + 3 m) x (5,5 m : 2) = 73,81 kgm.

El momento flector máximo M_B = 107,96 kgm.

Comprobación de la capacidad del mástil elegido:

$$\frac{N}{A} + \frac{M}{W}\text{, donde N = Pa + P mást.}$$

N = 2 kg + 2,11 kg/m x (6 m) = 14,66 kg.

$$\frac{14{,}66 \text{ kg}}{2{,}67 \text{ cm}^2} + \frac{10796 \text{ kg cm}}{2{,}72 \text{ cm}^3} = 3975 \text{ kg/cm}^2$$

mucho mayor que 1730 kg/cm^2

Como vemos por el resultado, ahora el esfuerzo a que está sometido el mástil en su punto de apoyo supera al esfuerzo tolerado en casi 2,5 veces por lo que se nos doblaría el mástil justamente en ese punto.

Nota: Para poder comparar nuestros nuevos datos con los anteriores, las variaciones las he reflejado entre paréntesis.

Y bien, el mástil seleccionado no nos sirve pero la industria pone a nuestra disposición una gran variedad de tubos que podemos utilizar.

Primeramente necesitamos conocer el módulo resistente W del tubo capaz de soportar el momento máximo flector.

$$\frac{M}{W} = \sigma\text{, de donde } W = \frac{M}{\sigma} = \frac{10796 \text{ kg cm}}{1730 \text{ kg/cm}^2} = 6{,}24 \text{ cm}^3$$

El tubo más próximo y que por sus valores nos satisface es el de 1 3/4" y pared de 8 mm.

Con estos nuevos datos comprobamos:

N = 2 + 6,56 kg/m x 6 m = 41,36 kg, y

$$\frac{N}{A} + \frac{M}{W} = \frac{41{,}36 \text{ kg}}{8{,}34 \text{ cm}^2} + \frac{10796 \text{ kg cm}}{6{,}79 \text{ cm}^3} = 1595 \text{ kg/cm}^2$$

menor que 1730 kg/cm^2

Con este tubo cualquier otro con el diámetro exterior de 44,5 mm y pared no menor de e= 7,1 mm tenemos el problema resuelto. También podemos seleccionar de otros diámetros exteriores pero necesitamos de nuevo determinar los nuevos momentos flectores ya que la presión dinámica del viento por m de longitud variaría.

Desde el punto de vista de un ingeniero, el problema atendiendo a lo económico, sería la combinación de diferentes diámetros de tubos, exteriores e interiores, pero siempre comprobando la capacidad de cada uno de ellos en el punto de empalme y que no supera los 1730 kg/cm^2 para el acero A-42.

Otra de las soluciones es el montaje de riostros, que si bien aparecen nuevos momentos flectores en dos puntos de fijación, reducen considerablemente los momentos máximos de los elementos por tantos, pero esto es el tema de nuestro siguiente sistema.

EA4BOD, Delfín Val

CÁLCULO DE INSTALACIÓN DE SISTEMAS RADIANTES

Tema segundo: Sistemas arriostrados.

Como hemos podido observar en el tema anterior todo elemento portante de una determinada sección tiene un momento flector máximo tolerable y cuando ese momento supera esos límites, nos vemos obligados a tomar las diferentes medidas que como principales variantes expusimos al finalizar el primer tema. Hoy nos dedicaremos a los cálculos de los sistemas arriostrados.

En el artículo de J. María, EA4CFE, editado en enero pasado, nos ofrecía un cálculo de este sistema. En el número de febrero le contesté con un artículo indicándole sus errores pero creo que necesita una aclaración más tangible y que mejor que analizar y recalcular su propio sistema compuesto por:

1.- Antena colineal para VHF/UHF en el vértice de un mástil de 6 m.

2.- Antena dipolo V invertida para 40 y 80 m sobre un brazo de 0,5 m fijo al mástil a 0,5 m de su vértice.

3.- Juego de riostras a 1,5 m del vértice del mástil.

4.- El mástil, de 45 mm de diámetro, irá anclado al muro mediante un par de garras separadas entre sí a 1,2 m (fig.2

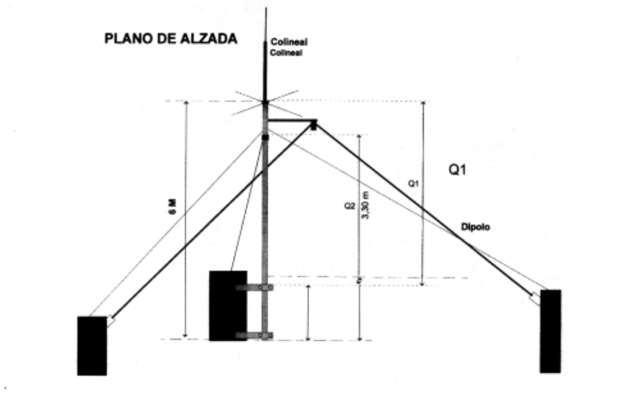


Fig. 2 Proposición de EA4CFE

Datos imprescindibles.

De los datos sobre las antenas proporcionados por J.M. solamente podremos utilizar sus respectivos pesos: 1,25 y 2,24 kg.

Nota: El fabricante de antenas no puede saber en que punto geográfico se montarán sus antenas y por lo tanto la carga dinámica del viento que deberán soportar. Lo que sí están obligados a proporcionarnos son sus medidas y la carga eólica máxima a la que está diseñada, entre otros datos. En nuestro caso los 2,24 o 1,22 kg/m2 para los 110 kg/m2 de nuestro entorno no nos servirían por lo que elegiríamos otras antenas.

Antena bibanda colineal.

Altura, m/diámetro mm. . . . . .2,00 / 20
Radiales, m / diámetro, mm . . . . .0,50 / 10

Antena dipolo V invertida.

Longitud, m / diámetro, mm . . . . .40 / 2,8

Mástil Televés ref. 3010

Longitud, m / diámetro, mm . . . . .6 / 45

Cálculos:

Primero determinaremos los esfuerzos externos del viento en cada uno de los elementos que componen el sistema.

De acuerdo a las normas, en alturas de 600 a 800 m sobre el nivel del mar, la presión dinámica del viento se debe tomar igual a 110 kg/m^2.

Cargas eólicas sobre el elemento:

Antena colineal - q_V = 2,0 m x 0,02 m x 110 kg/m^2 = 4,40 kg
Radiales = 0,5 m x 2 un. x 0,01 m x 110 kg/m^2 = 1,10 kg
Antena dipolo = 40 m x 0,0028 m x 110 kg/m^2 = 12,32 kg
Mástil = 4,8 m x 0,045 m x 110 kg/m^2 = 23,8 kg ó 4,95 kg/m

Reacciones a las cargas eólicas:

$$R_b = 4{,}40\ kg + 1{,}10\ kg + 12{,}32\ kg + 1{,}5\ m \times 4{,}95\ kg/m + \frac{3}{8} \times 3{,}3\ m \times 4{,}95\ kg/,m$$

R_b = **+ 31,37 kg**

$$R_c = \frac{5}{8} \times 3{,}3\ m \times 4{,}95\ kg/m = \mathbf{10{,}20\ kg}$$

Por la reacción R_b = 31,37 kg podemos determinar la sección o el diámetro de las riostras siempre y cuando el fabricante nos proporcione las características mecánicas de las mismas ya que los límites de resistencia de sus hilos pueden variar en un margen relativamente amplio y que depende del tipo de acero utilizado (de 140 a 70 kg/mm^2).

La recomendación del ángulo formado por las riostras y el mástil de 45 o 60 grados no siempre es factible y su valor lo dictaminará el punto de anclaje de la riostra y ¿como determinar su valor?. La altura la conocemos: 3,30 m + 1,20 m = 4,5 m, la base "a" del triángulo (fig. 2b) la podemos medir, por ejemplo 5,94 m.

tg α = a : h = 5,94 m : 4,5 m = 1,32 y α = 53°

El seno de 53º = 0,799 por lo que la riostra estará sometida a una tensión de

P = R_b : sen α = 31,37 kg : 0,799 = 39,26 kg.

Si a esta tensión le añadimos un pretensado de la riostra de unos 80 kg tendremos una tensión total de 120 kg.

Tomando una resistencia de rotura baja, por ejemplo 93 kg/mm^2, la sección de la riostra sería de:

120 kg : 93 kg/mm^2 = 1,29 mm^2 o que es lo mismo un diámetro

de $Ø = \sqrt{\frac{\pi \times 1{,}29\ mm^2}{4}} = \sqrt{1.01} = \mathbf{1{,}01\ mm}$,

por lo que podemos optar por un cable de acero de 1,5 mm de diámetro con 50% de reserva.

Como han podido observar las riostras se calculan por las reacciones y no por los momentos flectores, que nada tienen que ver aquí, pero que J.M. erróneamente los utiliza para ese fin.

Para los colegas que desconozcan las funciones trigonométricas pueden realizar, por el llamado método gráfico, el cálculo de tensión de las riostras de la siguiente forma:

Dibujamos a cualquier escala una vertical igual a nuestra altura de las riostras (4,5) y en su base trazamos una perpendicular a la misma escala con la distancia hasta el anclaje de la riostra (5,94). Uniendo los extremos de estas líneas obtenemos un triángulo con la hipotenusa que será nuestra riostra (fig.2b). El triángulo obtenido ABC en escala es idéntico a nuestro montaje pero ya no necesitamos conocer el ángulo α .

A continuación desde el vértice "B" trazamos otra perpendicular BD, a escala, cualquiera de kg por milímetro o centímetro, etc. (en nuestro caso 1 mm es igual a 1 kg), trazamos otra línea DE paralela a la hipotenusa AB y el punto de cruce E con la vertical BC, o su prolongación, nos dará en la misma escala la tensión de la riostra y BE será la tensión de compresión del mástil.

Midiendo estos tramos obtenemos que el vector BD = 31, 4 mm = 31,4 kg, DE = 38,0 mm = 38,0 kg y BE = 24 mm = - 24 kg.

El cálculo de los anclajes del mástil es el mismo que el aplicado en el ejemplo anterior con los esfuerzos de nuestra nueva instalación.

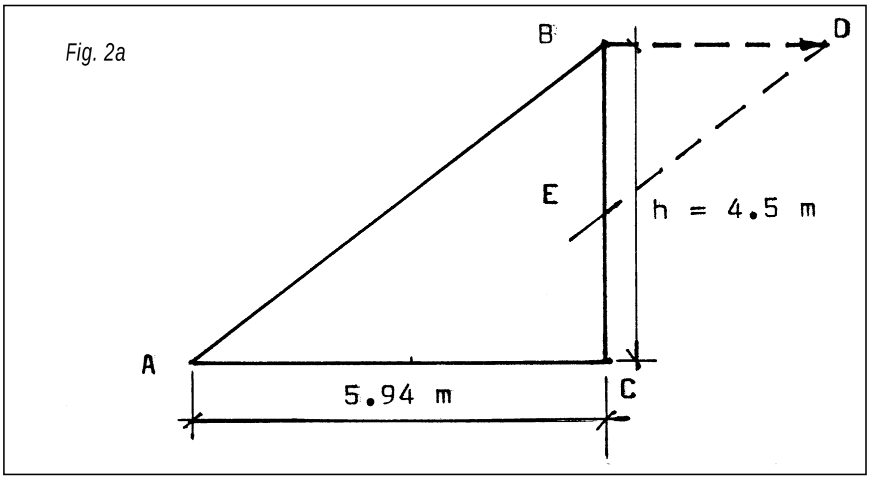


Fig. 2a

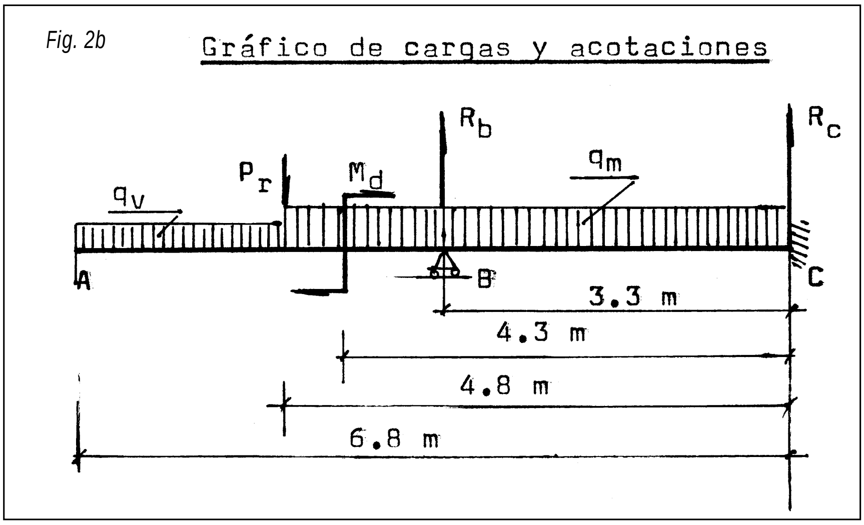


Fig. 2b

Cálculo del anclaje de riostras:

Los anclajes en superficies verticales u horizontales tienen que resistir el esfuerzo de arranque producido por la riostra. Este esfuerzo va casi siempre bajo cierto ángulo con respecto a estas superficies por lo que necesitamos descomponerlo en dos vectores: perpendicular y paralelo a las superficies, ver fig. 2c.

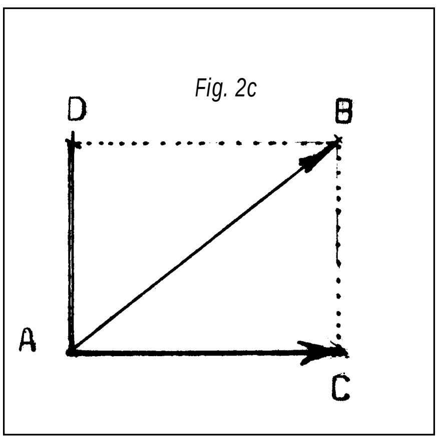


Fig. 2c

Continuando con el método gráfico, trazamos de nuevo el triángulo ABC de la misma forma que ya explicamos. La longitud de AB será la de la tensión total de la riostra en kg a una escala por unidad de longitud. En nuestro caso tomamos la escala de 3,333 kg : 1 mm. por lo que AB = 120 kg = 120 : 3,33 = 36 mm.

Trazamos desde el punto B las perpendiculares a AC y AD, medimos estas líneas obtenidas de esta forma y obtendremos los vectores resultantes:

AC = 29 mm x 3,33 = **96,57 kg** y AD = 22,5 mm x 3,33 = 74,93 kg.

Dejamos el mismo cálculo trigonométrico para los entendidos en la materia.

A continuación se realiza el cálculo de la sección del anclaje y la profundidad idéntico al anclaje del mástil tomando como esfuerzo de arranque los 96,56 kg calculados.

Cálculo de los momentos flectores.

Si el cálculo de riostras se realiza con ayuda de las correspondientes reacciones, el cálculo de los elementos rígidos se realiza por los llamados momentos flectores. Los elementos flexibles mantienen su tensión sin variación a lo largo de su eje mientras que en los rígidos los momentos varían a lo largo de su eje, actúan perpendicularmente sobre este y nos permiten conocer los esfuerzos que se originan en cualquier punto de su longitud.

En nuestro caso determinaremos los momentos flectores en los dos puntos claves: B.- final del tramo voladizo y C.- empotramiento del mástil. (fig. 2a)

Momento flector M_b:

Antena vertical.

M_v = 4,4 kg x 2,5 m. = **11 kgm.**

Radiales. 1,1 kg x 1,5 m = **1,65 kgm.**

Mástil. 4,95 kg/m x 1,5 m x 1,5 m : 2 = **5,57 kgm.**

Antena dipolo.

La presión dinámica del viento sobre el dipolo - 12,32 kg - se repartirá mitad al anclaje inferior, mitad al codo de fijación superior y que tomaremos para los cálculos.

M_d = 12,32 KG : 2 x 0,5 m = 3,08 kgm. Por otra parte, a este momento hay que aumentarle el momento que produce el propio peso de la antena: 1,25 kg x 0,5 m = 0,63 kgm.

Total M_d = 3,7 kgm que actuará sobre el mástil como un par de fuerzas positivas a 0,5 m del vértice del mástil (ver. fig. 2a. Esquema de cargas y acotaciones).

El total del momento flector:

M_b = - 11 kgm - 1,65 kgm - 5,57 kgm + 3,7 kgm = - 14,52 kgm

Momento flector Mc

Antena vertical

M_v = 4,4 kg x 5,8 m = 25,52 kgm

Radiales. 1,1 kg x 4,8 m = 5,28 kgm.

Mástil. 4.95 kg/m x 4,8 m x $\frac{4{,}8\ m}{2}$ = 57,12 kgm.

El total de estos momentos es igual a - 87,92 kgm que superan el doble de lo que puede resistir el mástil. Ahora bien, gracias a la instalación de las riostras, tenemos un momento positivo originado por la reacción R_b:

R_b = 31,37 kg x 3,3 m = 103,52 kgm que con los 3,7 del dipolo nos dan 107,27 kgm y el momento flector total será:

M_c = 107,27 kgm - 87,92 = 19,35 kgm.

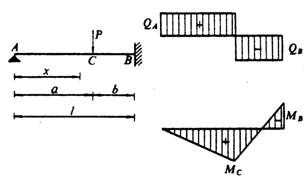
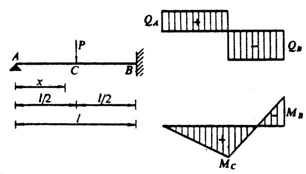
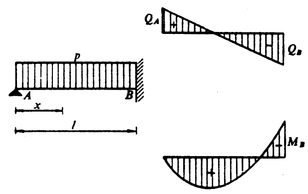
Comprobaciones:

Como ya sabemos de los sistemas propuestos anteriormente los elementos rígidos se comprueban por la fórmula:

$$\frac{N}{A} + \frac{M}{W} = \sigma$$

Ahora podemos analizar esta fórmula que nos aclarará el significado de sus partes. Como hemos podido observar, la aplicación de riostras reduce los momentos flectores por los que podemos determinar la sección transversal de los elementos. Dependiendo de la altura y carga, podemos instalar juegos de riostras manteniendo la sección y el momento adecuado sin variación, sin embargo, la segunda parte de la fórmula no nos permite superar cierta altura; su propio peso (N) superaría la capacidad de resistencia de su sección transversal (A) en compresión. La fórmula nos da también la posibilidad de poder determinar una incógnita conociendo los demás datos.

VIGAS APOYADAS-EMPOTRADAS

	DIAGRAMAS	REACCIONES	MOMENTOS FLECTORES
4		$R_A = \frac{Pb^2}{2l^3}(3l - b)$ $R_B = \frac{Pa}{2l^3}(3l^2 - a^2)$	$M_{AC} = \frac{Px}{2l^3} b^2(3a + 2b)$ $M_B = -\frac{Pa}{2l^2}(l^2 - a^2)$ $M_{CB} = \frac{Pa}{2l^3}(2l^3 - 3l^2x + a^2x)$ $M_C = \frac{Pa}{2l^3} b^2(3a + 2b)$
5		$R_A = \frac{5}{16}P$ $R_B = \frac{11}{16}P$	$M_{AC} = \frac{5}{16}Px$ $M_B = -\frac{3}{16}Pl$ $M_{CB} = \frac{Pl}{16}\left(11\frac{l-x}{l} - 3\right)$ $M_C = \frac{5}{32}Pl$
6		$R_A = \frac{3}{8}pl$ $R_B = \frac{5}{8}pl$	$M_x = \frac{px}{8}(3l - 4x)$ $M_B = -\frac{pl^2}{8}$ $M_{\text{max rel}} = \frac{9}{128}pl^2$ para $x = \frac{3}{8}l$ $M = 0$ para $x = \frac{3}{4}l$

Por ejemplo: ¿Cual será el momento máximo flector tolerable para un tubo de un diámetro exterior de 44,5 mm, (D), diámetro interior de 40,5 mm, (d), en acero A - 42 con tensión admisible de σ = 1730 kg/cm^2 ?.

Como $\frac{M}{W}$ = 1730 kg/cm^2

primeramente determinamos el módulo resistente que para tubos es igual a:

$$W = \frac{\pi}{32}\ \frac{D^4 - d^4}{D} = 0{,}098\ \frac{44{,}5^4 - 40{,}5^4}{44{,}5} = 0{,}098\ \frac{1230970\ mm^4}{44{,}5\ mm} = 2710\ mm^3$$

W = 2,7 cm^3 y M = 1730 kg/cm^2 x 2,7 cm^3 = 4671 kgcm o lo que es lo mismo 46,71 kgm.

El momento M_b = 14,52 kgm es 3,2 veces menor que el momento máximo tolerable y M_c = 19,35 kgm es 2,5 veces por lo que el mástil con las riostras de 1,5 de diámetro a la altura especificada, cumplirá los requisitos exigidos.

En nuestra primera parte, revista de Julio, utilizamos los diagramas de vigas en voladizo 1,3. En esta segunda parte además de los diagramas anteriores utilizamos los de vigas apoyadas - empotradas σ.

EA4BOD
D. Val

CÁLCULO DE INSTALACIÓN DE SISTEMAS RADIANTES

(3ª parte)

Hoy nos dedicaremos al cálculo de las instalaciones de dipolos flexibles en sus dos clásicas variantes: dipolo en V invertido sobre un mástil y dipolo horizontal sobre un par de mástiles.

Características de los elementos a utilizar:

1.- Antena dipolo tipo Tagra DDK-40

Longitud	l	=	33 m
Diámetro	Ø	=	4 m
Peso	P	=	2.2 m

2.- Tubos de acero Televes referencia 3010

Longitud	l	=	3 m
Diámetro exterior	Ø	=	45 mm
Diámetro interior	d	=	41 mm

En primer lugar necesitamos conocer los valores estáticos del tubo así como el tipo de acero utilizado en su fabricación.

Estos datos, como cualquier otro dato imprescindible para los cálculos, deben proporcionarlos sus fabricantes en forma de certificado de garantía con cada elemento.

Para nuestros cálculos seguiremos tomando acero A-42 con la tensión de fluidez σ = 2600 kg/cm² y que minorizado por el coeficiente de seguridad 1,5 nos da la tensión de cálculo admisible σ =1730 kg/cm²

Valores estáticos del tubo:

Sección transversal

$$A = \frac{\pi}{4}\,(D^2 - d^2) = \frac{\pi}{4}\,(4{,}5^2 - 4{,}1^2) = 2{,}7 \ \text{cm}^2$$

Módulo resistente

$$W = \frac{\pi}{32}\,\frac{D^4 - d^4}{D} = \frac{\pi}{32}\,\frac{4{,}5^4 - 4{,}1^4}{4{,}5} = 2{,}775 \ \text{cm}^3$$

Peso por metro lineal P= 2,775 cm² x 100 cm x $7{,}9^{-4}$ = 2,19 kg/m donde el peso específico del acero es de 7,9 toneladas por m³.

De acuerdo a las normas existentes, las cargas de cálculo son:

a.- Peso propio del sistema (N)

b.- Acción meteorológica (viento, temperatura, nieve)

c.- Acción sísmica.

De todas estas cargas, para nuestro caso concreto solamente necesitamos el peso total de la instalación (N) y la presión dinámica del viento que, como ya conocemos, para alturas sobre el nivel del mar de 600 a 800 m representa 110 kg/m².

Comenzaremos los cálculos determinando los esfuerzos externos, las reacciones y los momentos originados por estos esfuerzos, y para finalizar los elementos, secciones y material o si estos ya los hemos seleccionado de antemano los comprobamos por la fórmula de condiciones a cumplir.

DIPOLO V INVERTIDO DDK-40 SOBRE MÁSTIL DE 9 M.

Presión dinámica del viento sobre los elementos

Dipolo.- 33 m x 0,004 m x 110 kg/m² x 0,7 = 10,16 kg.

Mástil.- 0,045 m x 1 m x 110 kg/m² x 0,7 = 3,47 kg/m., donde 0,7 es un coeficiente aerodinámico para superficies cilíndricas.

Reacciones

$$R_a = \frac{10{,}16 \ \text{Kg}}{2} + 3{,}47 \ \text{kg/m} \ (3 \ \text{m} + 1{,}5 \ \text{m})$$

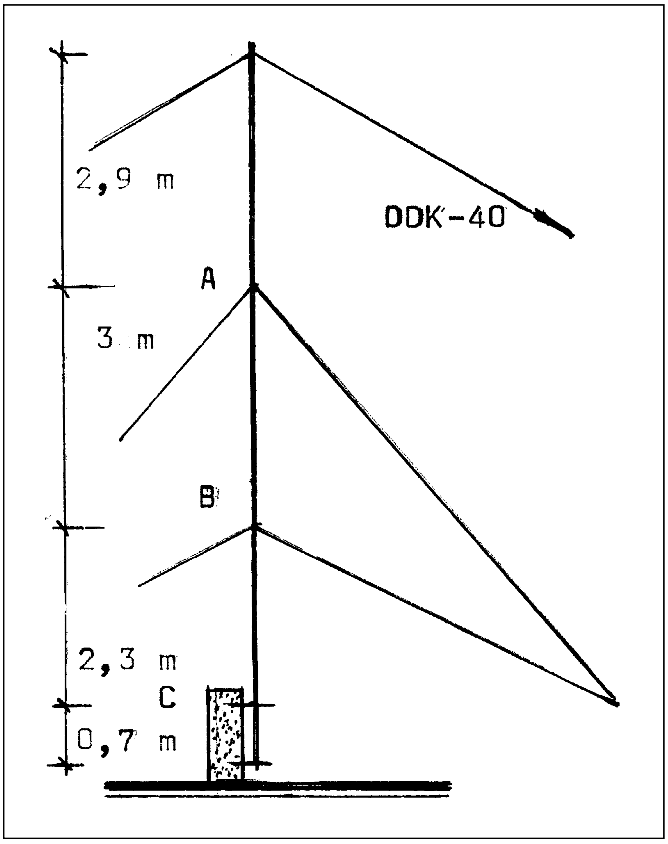


FIG. 3. Esquema y acotaciones de la insalación

$$R_a = 21{,}42 \ \text{kg}$$

$$R_b = 1{,}5 \ \text{m} \times 3{,}47 \ \text{kg/m} + \frac{3}{8} \times 2{,}3 \ \text{m} \times 3{,}47 \ \text{kg}$$

$$R_b = 8{,}2 \ \text{kg}$$

$$R_c = \frac{5}{8} \times 2{,}3 \ \text{m} \times 3{,}47 \ \text{kg/m}$$

$$R_c = 4{,}99 \ \text{kg}$$

Cálculo de sección de las riostras:

Primeramente necesitamos determinar los valores de los ángulos formados por las riostras y el mástil. Las dimensiones conocidas son "a" y "h" (fig. 3a). Si "a" supongamos, son 4,5 m, para el ángulo de la riostra A, tenemos:

$$\text{tg} \propto = \frac{a}{h} = \frac{4{,}5 \ \text{m}}{5{,}3 \ \text{m}} = 0{,}849 \ \text{y} \propto = 40^\circ \ 20'$$

y el sen $\propto$ = 0,647

Las riostras deben instalarse con un pretensado desde 50 kg y si tomamos unos 67 kg tendremos una acción total de 100 kg y la tensión en la riostra superior será igual a:

$$\frac{100 \ \text{kg}}{0{,}647} = 154 \ \text{kg.}$$

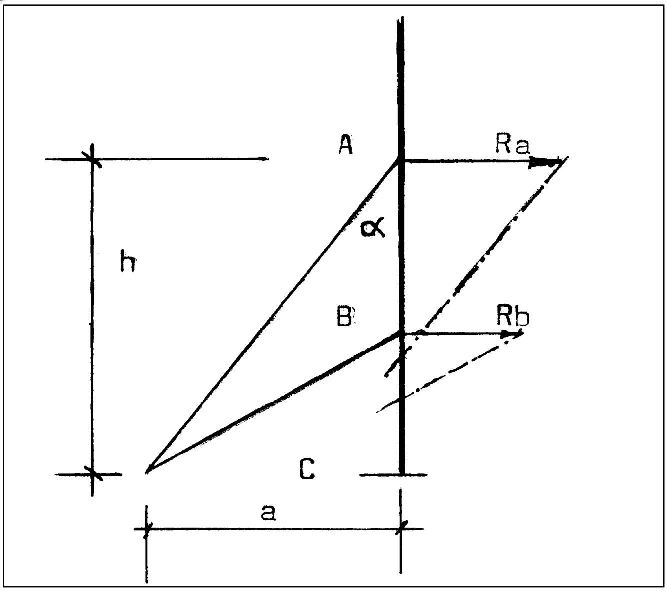


FIG. 3a

A su vez, la riostra transmitirá parte de su carga (ver revista de agosto-septiembre) al mástil y que se debe tener en cuenta a la hora de determinar la carga normal "N".

En nuestro caso, para las riostras superiores tendríamos que el cos 40° 20' es igual a 0,762 y la compresión en el mástil será de 154 kg x 0,762 = 117,4 kg.

Para las riostras inferiores se repite la operación con sus correspondientes datos:

tg ∝ = 4,5 m : 2,3 m = 1,96 y ∝ = 63°

El sen 63° = 0,89 y el cos 63° = 0,454

La tensión en las riostras inferiores será:

$$\frac{75{,}2 \text{ kg}}{\text{sen} \propto} = \frac{75{,}2 \text{ kg}}{0{,}89} = 84{,}5 \text{ kg.}$$

donde 75,2 kg es la suma de las reacciones producidas por el viento (8,2 kg) y el pretensado (67 kg).

La carga de comprensión que experimentará el mástil en el punto B será de:

84,5 kg x cos ∝ = 84,5 x 0,454 = 38,4 kg.

y la carga total "N" será igual:

$N = 3$ tramos x 3 m x 2,19 kg/m + P_d + 117,4 kg + 38,4 kg

N= 177,7 kg

Secciones de las riostras

Si tomamos la resistencia del cable de 95 kg/mm², necesitaremos para la tensión mayor:

150 kg : 95 kg/mm² = 1,62 mm² o lo que es igual un diámetro de

$$Ø = \sqrt{\frac{\pi}{4} \times 1{,}62} = 1{,}13 \text{ mm}$$

Redondeamos a 1,5 o 2 mm para ambos juegos con reserva de hasta 237 kg o sea 158%.

Para los que desconozcan la trigonometría nuevamente repetimos la solución gráfica (ver revista de agosto-septiembre). En nuestro caso hemos seleccionado el anclaje de parejas de riostras en un punto "o" como novedad. En primer lugar, trazamos una recta desde un punto cualquiera "o" paralela a nuestra riostra superior oA; a una escala cualquiera, en nuestro caso 1:5 o sea por cada mm de longitud representamos 5 kg de fuerza, el punto A estará a 100 kg : 5 = 20 mm. Desde el punto A trazamos una nueva recta paralela a la riostra inferior AB, limitamos su longitud a 84,5 kg : 5 = 16,9 mm y obtenemos el punto B.

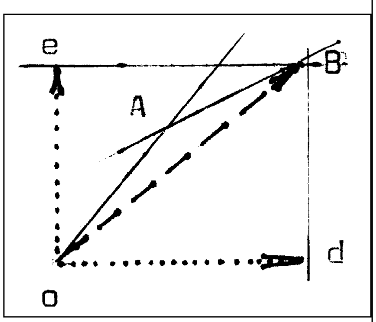


FIG. 3b

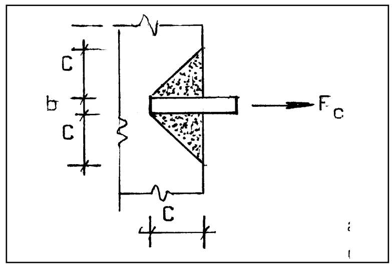


FIG. 3c

Uniendo los puntos "o" y B obtenemos una nueva línea oB de 37 mm que representa la suma de los dos vectores oA y AB igual a 37 mm x 5 = 185 kg. Esta nueva resultante es a su vez otro vector ya que tiene un valor numérico, una dirección y un sentido (línea de trazos) por lo que a su vez la podemos descomponer en otro par vectorial : oe - vertical y od - horizontal.

oe= 23 mm x 5 = 115 kg y od = 29 mm x 5 = 125 kg. Dependiendo de la posición del anclaje utilizaremos uno u otro valor.

En superficies verticales, el esfuerzo de arranque corresponde al esfuerzo horizontal od y viceversa; en superficies horizontales utilizaremos el vertical oe, línea punteada.

Si tomamos un anclaje que sobresalga de la pared vertical 5 cm, tendremos un momento de torsión en este anclaje de:

185 kg x 5 cm = 925 kgcm por lo que necesitaremos un anclaje de $W = \sigma : M = 1730$ kg/cm² : 925 kgcm = 1,87 cm³, o lo que es lo mismo, un diámetro de:

$$Ø = \sqrt[3]{1{,}87 \text{ cm}^3 : \frac{\pi}{32}} = \sqrt[3]{19{,}05} = 2{,}67 \text{ cm, ya que } W = \frac{\pi}{32} \times d^3$$

para secciones redondas

La profundidad del anclaje en parámetros de fábrica de ladrillo con resistencia al corte, mínima de 4 kg/cm (ver revista de julio) y esfuerzo de arranque F_C = 125 kg sería de:

como $F_C = 2C (b + C) \times R_C$, tendremos

125 kg = 2C (2,67 cm + C) x 4 kg/cm, de aquí que:

$8C^2 + 21{,}36\, C - 125 = 0$.

Resolvemos esta ecuación de segundo grado y obtenemos:

$$C = \frac{21{,}36 \pm \sqrt{21{,}36^2 - (-4 \times 8 \times 125)}}{2 \times 8} = 5{,}5 \text{ cm}$$

En la figura 3c observamos el cono de arranque que nos permite calcular la profundidad de enganche.

Momentos flectores:

Los momentos flectores se necesitan para comprobar si los ele-

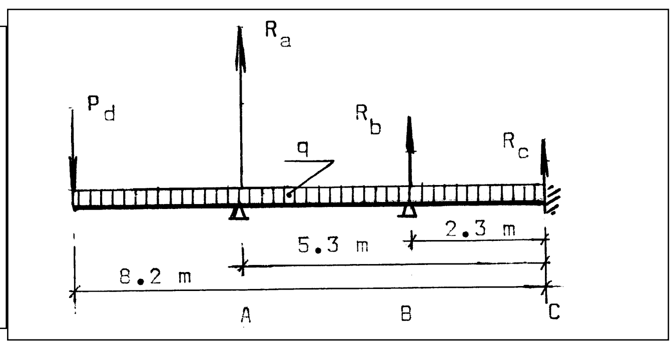


FIG. 3d. Esquema de cargas y acotaciones.

mentos rígidos cumplen las condiciones exigidas. En nuestro caso comprobaremos los puntos de máximos momentos del mástil, o sea, en cada uno de los apoyos A, B y C (fig. 3d).

El momento Mc será el resultado de la suma de todos los momentos de cada uno de los esfuerzos desde su aplicación hasta el punto C.

El momento M_a lo calculamos como viga en voladizo y que ya realizamos en ambos ejercicios anteriores.

1.- <u>Momento flector en A</u>

$$M_a = -Pd \times l_1 - q \times l \times \frac{l}{2}$$

$$Ma = -5{,}08 \text{ kg} \times 2{,}9 \text{ m} - 3{,}47 \text{ kg/m} \times 3^2 : 2 \text{ m}$$

$$M_a = -30{,}35 \text{ kgm}$$

$$M_b = -P_d \times l_2 - q \times l^2 : 2 + R_a \times a$$

$$M_b = -50{,}08 \text{ kg} \times 5{,}9 \text{ m} - 3{,}47 \text{ kg/m} \times 6 \text{ m} \times 3 \text{ m} + 21{,}42 \text{ kg} \times 3 \text{ m}.$$

$$M_b = -28{,}17 \text{ kgm}$$

$$M_c = -5{,}08 \text{ kg} \times 8{,}2 - 3{,}47 \text{ kg/m} \times 8{,}2^2 \text{ m}^2 : 2 + 21{,}42 \text{ kg} \times 5{,}3 \text{ m} + 4{,}99 \text{ kg} \times 2{,}3 \text{ m}$$

$$M_c = -33{,}31 \text{ kgm}$$

Los valores absolutos de los momentos de los momentos flectores vemos que son practicamente iguales por lo que si comprobamos el mástil en el punto C (empotramiento) con máximo de carga N y máximo momento, los demás apoyos quedarán cubiertos.

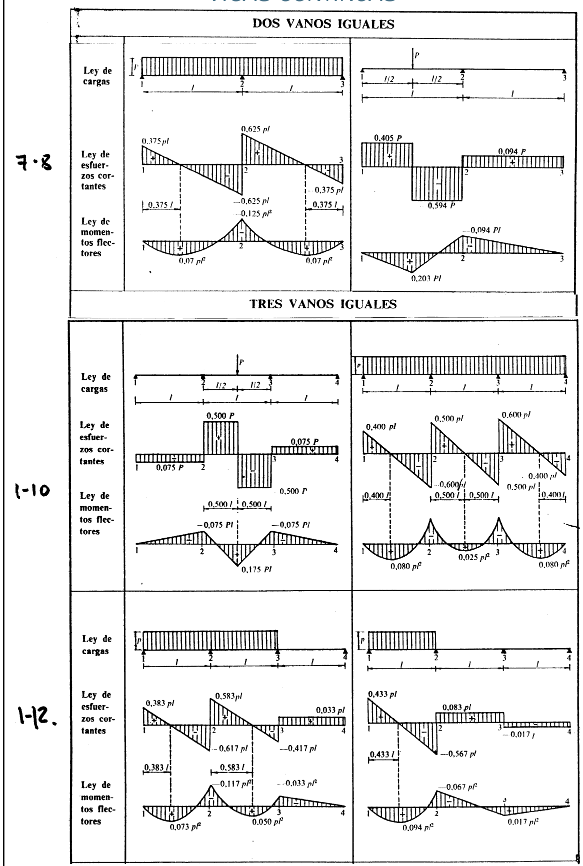
Comprobación del mástil:

$$\frac{N}{A} + \frac{M}{W} = \sigma \qquad \frac{177{,}7 \text{ kg}}{2{,}7 \text{ cm}^2} + \frac{3331 \text{ kgcm}}{2{,}775 \text{ cm}^3} = 1266 \text{ kg/cm}^2$$

que como es menor que la tensión admisible $\sigma = 1730$ kg/cm², cumple totalmente las condiciones exigidas de no sobrepasar los límites de equilibrio y agotamiento del material utilizado.

EA4BOD, Delfín Val

VIGAS CONTINUAS



CALCULO DE INSTALACIÓN DE SISTEMAS RADIANTES

(Tercera parte. Continuación)

Dipolo entre dos mástiles (horizontal).

Como veis por el esquema de montaje (fig. 4) planifiquemos montar el dipolo DDK a una altura mayor que el ejemplo anterior en V invertida. Rendirá mejor, los cálculos a seguir nos son conocidos aunque habrá novedades. Lo único que tomaremos en cuenta serán los datos del dipolo que nos ofrece el fabricante y lo demás lo seleccionaremos nosotros, como normalmente se hace, de acuerdo a nuestros cálculos.

Datos del dipolo Tagra DDK-40

Longitud ....33 m.
Diámetro del hilo ....4 mm.
Peso total ....2,2 kg.

Todos los restantes datos necesarios para los cálculos son normativos por lo que los repetiremos de los cálculos anteriores (ver revistas de julio, agosto-septiembre y diciembre).

Tomaremos tubos para los mástiles con diámetro exterior Ø = 44,5 mm (ver anexo "Valores estáticos de tubos Ø = 44,5 mm").

Como todas estas estructuras verticales, y así hemos venido haciendo, se calculan al igual que los diferentes tipos de vigas, en este ejemplo podemos observar, como novedad, la inclusión de dos idénticos tramos AB y BC. También incluimos un tercer juego de riostras y todas las correspondientes a cada juego ancladas en un punto. Se pueden separar entre sí pero el cálculo de anclaje no se diferenciaría del ya practicado en el segundo tema: "Sistemas arriostrados".

CÁLCULOS

Determinación de las cargas del viento en cada elemento.

Antena dipolo: P_d = 33 m x 0,004 m x 110 kg/m² = 14,52 kg
Mástil: q = 12 m x 0,0445 m x 110 kg/m² = 58,74 kg.
La carga de la antena se distribuirá por igual a cada mástil:
P_d = 14,52 : 2 = 7,26 kg y el mástil, por cada metro lineal q = 58,74 : 12 = 4,52 kg/m.

Reacciones

Como los esfuerzos máximos del viento se producen, para la antena, cuando estos son perpendiculares a la misma y el esfuerzo en los mástiles, independientemente de la dirección, es siempre el mismo pero en nuestro caso ambos esfuerzos actúan perpendicularmente entre sí. Por esta causa los cálculos se complican un tanto con referencia a los momentos flectores y a la reacción R_a ya que tendríamos que operar con la suma de vectores y no escaleras. Como la carga de la antena es relativamente pequeña, para simplificar estos cálculos, la tomaremos en la misma dirección o sea:

R_a = 7,26 kg + 4,52 kg/m x 3 m + 4,52 kg/m x 0,375 x 3 m = <u>25,9 kg.</u>
R_b = 4,52 kg/m x 0,625 x 2 x 3 m = <u>16,95 kg.</u>
R_c = 4,52 kg/m x 0,375 x 3 + 4,52 kg/m x $\frac{3}{8}$ x 2,3 m = <u>5,6 kg</u>.

Tensiones en las riostras.

<u>Riostra</u> "A". Altura h = 8,3 m. Base a = 5,5 m

$$\text{tg} \propto = \frac{a}{h} = \frac{5{,}5 \text{ m}}{8{,}3 \text{ m}} = 0{,}663. \qquad \propto = 33° \ 30'$$

sen 33° 30 ' = 0,552 y cos 33° 30' = 0,834

Tensión "A". Con un pretensado de 70 kg tendremos una reacción total de 96 kf y

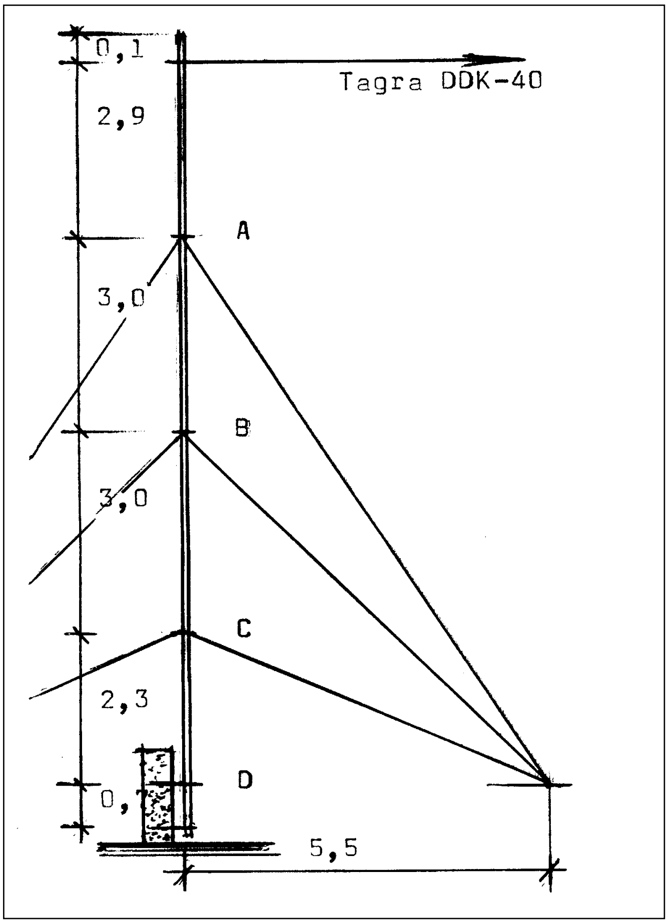
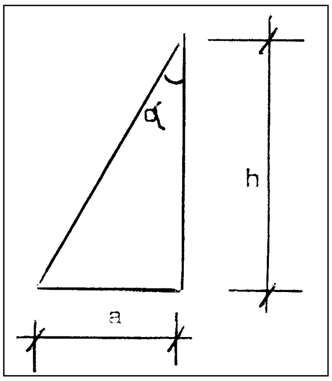


Fig. 4a. Esquema y acotaciones del montaje.

$$F_a = + \frac{96 \text{ kg}}{0{,}552} = + 173{,}7 \text{ kg.}$$



La compresión en el punto A del mástil
C_a = 137,7 kg x 0,834 = 114,8 kg.
Riostra "B". Altura 5,3 m y a = 5,5 m.

$$\text{tg} \propto = \frac{5{,}5 \text{ m}}{5{,}3 \text{ m}} = 1{,}04$$

∝ = 46° 15' de donde sen ∝ = 0,722 y cos ∝ = 0,692

$$F_b = + \frac{86{,}95 \text{ kg}}{0{,}722} = + 120 \text{ kg} \quad \text{y } C_b = - 120 \text{ kg x } 0{,}692 = - 83 \text{ kg}$$

Riostra "C". Altura 2,3 m y a = 5,5 m.

$$\text{tg} \propto = \frac{5{,}5}{2{,}3} = 2{,}39$$

∝ = 67° sen 67° = 0,92 y cos 67° = 0,39 de donde
F_c = + 75,6 kg : 0,92 = + 82,2 kg y C_c = - 82,2 kg y 0,39 = - 32 kg

Sección de las riostras.

Si la máxima tensión es de 173,7 kg y la resistencia de los hilos del cable 95 kg/mm² , la sección mínima imprescindible será:

$S = \frac{173,7}{95} = 1,83$ mm2. Tomamos para todos los cables S = 2 mm²

o un diámetro $Ø = \sqrt{\frac{\pi}{4} \times 2 \text{ mm}^2} = 1,25$ mm

Atención: Repito que a la hora de adquirir los cables, es necesario el certificado de resistencia temporal que puede variar desde 310 hasta 100 kg/mm², dependiendo de la clase de acero utilizado.

Esta cifra, a su vez, se le aplica el coeficiente de seguridad 1,5.

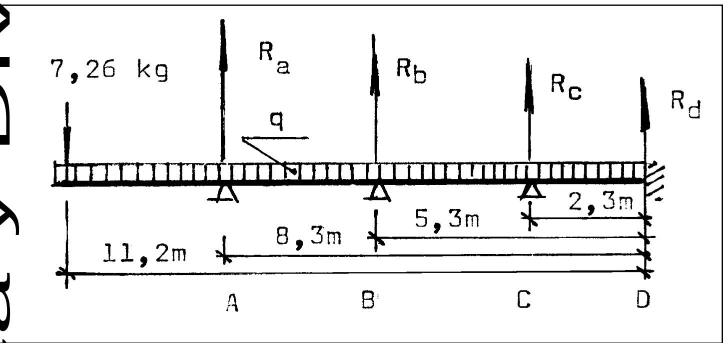


Fig. 4b esquema de cálculo. Cargas y acotaciones.

Determinación de los momentos flectores.

Para determinar el tubo que podemos utilizar es imprescindible conocer los momentos flectores en los puntos claves de la estructura.

Estos puntos son los de mayores momentos en magnitudes absolutas: apoyos de riostras en el mástil A, B y C así como el punto de empotramiento D.

Los datos (figura 4b) para los cálculos son:

P_d = 7,26 kg, Ra = 25,9 kg.

R_b = 16,95 kg, Rc = 5,6 kg.

R_d = 6,46 kg y q = 4,52 kg/m

$M_a = -\ 7,26 \text{ kg} \times 2,9 \text{ m} - 4,52 \text{ kg/m} \times \frac{32}{2} \text{ m} = 41,37$ kgm.

M_b = -7,25 kg x 5,9 m -4,52 kg/m x 6 m x 6 m : 2 + 25,9 kg x 3 m.

M_b = -46,44 kgm.

M_c = -7,26 kg x 8,9 m -4,52 kg/m x 9 m x 9 m : 2 + 25,9 kg x 6 m + 16,95 kg x 3 m = -41,42 kgm.

M_d = -7,25 kg x 11,2 m -4,52 kg/m x 11,3 m x 11,3 m :2 + 25,9 kg x 8,3 m + 16, 95 kg x 5,3 m + 5,6 kg x 2,3 m = -52, 1 kgm

Vamos que sin riostras el momento flector máximo de la instalación se encuentra en su empotramiento y es igual a:

M_d = -7,25 kg x 11,2 m -4,52 kg/m x 11,3 m x 11,3 m : 2 = -370 kgm

y gracias a ellas hemos reducido esta magnitud a -52,1 kgm, en poco más de 7 veces. Podemos reducirlo más (o menos) aumentando (reduciendo) los juegos de riostras.

Con los datos obtenidos ya podemos determinar los tubos necesarios.

Si tomamos un par de tubos de 6 m cada y el mismo diámetro interior para ambos necesitaríamos aproximadamente un par de tubos de un módulo resistente

W = M : δ = 5210 kgcm : 1730 kg/cm² = 3 cm³

Tomamos el de e = 2,3 mm con P = 2,41 kg/m, A = 3,05 cm2 y W = 3,06. En este caso la carga normal (ver anexo "Valores estáticos de tubos)

N = -12 m x 2,41 kg/m - 2,2 kg - 114,8 kg - 83 kg - 32 kg = -261 kg.

Comprobación:

$$\frac{N}{A} + \frac{M}{W} = \frac{261 \text{ kg}}{3,05 \text{ cm}^2} + \frac{5210 \text{ kgcm}}{3,06 \text{ cm}^3} = 1788 \text{ kg/cm}^2$$

El resultado supera el permitido de 1730 kg/cm² por lo que tendríamos que seleccionar el siguiente tubo normalizado por su diámetro interior menor o:

e = 2,6 mm, p = 2,7 kg/m, A = 3,42 cm² y W = 3,39 cm³

La comprobación con los nuevos datos nos dá 1591 kg/cm² que ya es inferior y por lo tanto cumple con los requisitos exigidos.

Anclajes de riostras

Si el anclaje de las riostras se realiza por separado la solución no es otra que la expuesta en la revista de agosto-septiembre. En este variante, tomamos la decisión de unir las riostras correspondientes de cada juego en un mismo punto al igual que en el ejemplo anterior (diciembre) únicamente que allí eran dos y aquí son tres juegos.

Para obtener el momento flector y el esfuerzo de arranque en el anclaje vertical u horizontal, tendremos que sumar los tres vectores que obtenemos de las tres riostras y que vemos en el gráfico 4c.

Quizás para la mayoría el método gráfico sea el más sencillo y con suficiente exactitud, por lo que repetiremos su realización ahora con tres vectores y que no hay diferencia aunque sean más.

Desde un punto cualquiera (O) trazamos, con la misma inclinación que nuestra riostra C, la línea OC y para transformarla en vector tomamos una escala cualquiera de kg/mm. En nuestro caso tomamos 5 kg por cada mm de longitud. Así, para la riostra C tendremos:

O - C = 82,2 kg : 5 kg/mm = 16,4 mm. Para la B:

C - B = 120 kg : 5 kg/mm = 24 mm. y por último para la A:

B - A = 173,7 kg : 5 kg/mm = 36 mm.

Como observaremos en el gráfico, conservando el ángulo de inclinación de cada una de ellas, obtenemos una línea quebrada con unas dimensiones determinadas y sí ahora unimos sus extremos el nuevo vector O - A será la resultante de los tres vectores. Su longitud en mm (73) multiplicado por la escala (5 kg/mm) nos da el esfuerzo total de

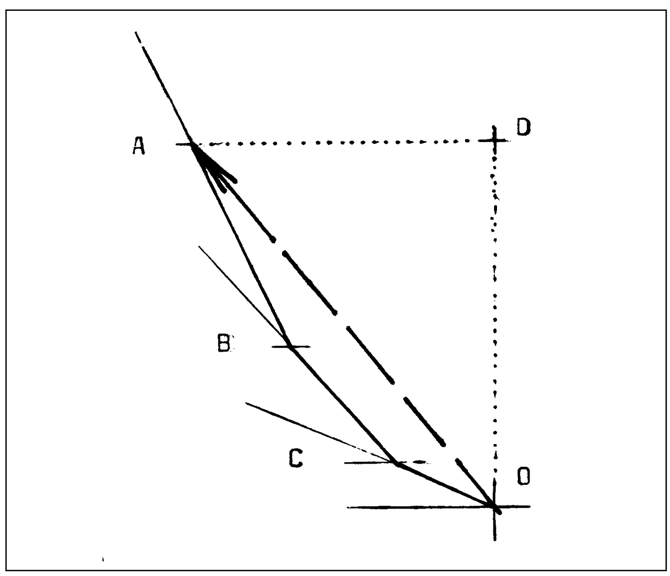


Fig. 4c. Diagrama de sumas de vectores y resultantes.

365 kg. Como en el ejemplo anterior, esta resultante la descomponemos en dos vectores: A -D horizontal y O - D vertical.

A - D = 46 mm x 5 kg/mm = 230 kg

O - D = 55,5 mm x 5 kg/mm = 277,5 kg

Con estos datos ya podemos calcular el diámetro del elemento de anclaje y su profundidad.

Nota: En el ejemplo anterior (diciembre) existe un error en la fórmula determinante del módulo resistente del elemento de anclaje que dice W = δ : M.

En realidad debe ser:

W = M : δ

por lo que resultados variarían de la siguiente manera:

$$W = 925 \text{ kgcm} : 1730 \text{ kg/cm}^2 = 0{,}54 \text{ cm}^3 \text{ y}$$

$$Ø = \sqrt[3]{0{,}54 \text{ cm}^3 : \frac{\pi}{32}} = \sqrt[3]{0{,}54 : 0{,}098} = 1{,}76 \text{ cm}$$

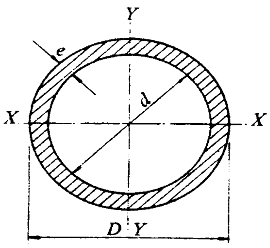
y la profundidad de anclaje C

125 kg = 2 C (1,76 + C) 4 kg/mm

$$8 C^2 + 14{,}08 C - 125 \text{ kg} = 0$$

$$C = \frac{-14{,}08 \pm \sqrt{14{,}08^2 - 4 \times 8 \times (-125)}}{2 \times 8} = \frac{-14{,}08 - 65{,}09}{2 \times 8} =$$

$$= \frac{79{,}77}{16} = 4{,}98 \text{ cm} = 5 \text{ cm}$$



VALORES ESTATICOS DE TUBOS

Area: $A = \frac{\pi}{4}(D^2 - d^2)$

Módulo resistente: $W_x = W_y = \frac{\pi}{32}\,\frac{D^4 - d^4}{D}$

D mm (pulg.)	e mm	p kg/m	d mm	A cm^2	I cm^4	W cm^3	i cm	D mm (pulg.)	e mm	p kg/m	d mm	A cm^2	I cm^4	W cm^3	i cm
	1,4	1,27	35,2	1,61	2,70	1,42	1,29		1,4	1,50	41,7	1,90	4,41	1,98	1,52
	1,6	1,45	34,8	1,83	3,04	1,60	1,29		1,6	1,70	41,3	2,16	4,97	2,23	1,52
	1,8	1,62	34,4	2,05	3,36	1,77	1,28		1,8	1,91	40,9	2,41	5,51	2,48	1,51
	2	1,79	34	2,26	3,68	1,93	1,27		2	2,11	40,5	2,67	6,04	2,72	1,50
	2,3	2,04	33,4	2,58	4,13	2,17	1,26		2,3	2,41	39,9	3,05	6,81	3,06	1,49
	2,6	2,29	32,8	2,89	4,55	2,40	1,25		2,6	2,70	39,3	3,42	7,54	3,39	1,48
	2,9	2,53	32,2	3,20	4,96	2,61	1,25		2,9	2,99	38,7	3,79	8,24	3,70	1,47
38	3,2	2,77	31,6	3,50	5,34	2,81	1,24		3,2	3,28	38,1	4,15	8,91	4,00	1,46
	3,6	3,08	30,8	3,89	5,82	3,06	1,22	**44,5**	3,6	3,65	37,3	4,63	9,75	4,38	1,45
(1 1/2″)	4	3,38	30	4,27	6,26	3,29	1,21		4	4,02	36,5	5,09	10,5	4,74	1,44
	4,5	3,71	29	4,74	6,76	3,56	1,20	**(1 3/4″)**	4,5	4,42	35,5	5,65	11,5	5,15	1,42
	5	4,07	28	5,18	7,22	3,80	1,18		5	4,87	34,5	6,20	12,3	5,53	1,41
	5,6	4,47	26,8	5,70	7,70	4,05	1,16		5,6	5,35	33,3	6,84	13,2	5,94	1,39
	6,3	4,95	25,4	6,27	8,19	4,31	1,14		6,3	5,95	31,9	7,56	14,2	6,37	1,37
	7,1	5,43	23,8	6,89	8,66	4,56	1,12		7,1	6,56	30,3	8,34	15,1	6,79	1,35
	8	5,91	22	7,54	9,09	4,78	1,10		8	7,17	28,5	9,17	16,0	7,20	1,32
	8,8	6,33	20,4	8,07	9,39	4,94	1,08		8,8	7,72	26,9	9,87	16,7	7,50	1,30
	10	6,91	18	8,80	9,72	5,12	1,05		10	8,51	24,5	10,8	17,5	7,86	1,27
	1,4	1,43	39,6	1,80	3,79	1,79	1,45		1,4	1,63	45,5	2,06	5,68	2,35	1,66
	1,6	1,62	39,2	2,05	4,27	2,02	1,44		1,6	1,86	45,1	2,35	6,41	2,65	1,65
	1,8	1,82	38,8	2,30	4,74	2,24	1,44		1,8	2,08	44,7	2,63	7,12	2,95	1,65
	2	2,01	38,4	2,54	5,19	2,45	1,43		2	2,30	44,3	2,91	7,81	3,23	1,64
	2,3	2,29	37,8	2,90	5,84	2,76	1,42		2,3	2,63	43,7	3,32	8,81	3,65	1,63
	2,6	2,57	37,2	3,25	6,46	3,05	1,41		2,6	2,95	43,1	3,73	9,78	4,05	1,62
	2,9	2,84	36,6	3,60	7,06	3,33	1,40		2,9	3,27	42,5	4,14	10,7	4,43	1,61
	3,2	3,11	36	3,94	7,62	3,59	1,39		3,2	3,59	41,9	4,53	11,6	4,80	1,60
42,4	3,6	3,47	35,2	4,39	8,33	3,93	1,38	**48,3**	3,6	4,00	41,1	5,06	12,7	5,26	1,59
	4	3,81	34,4	4,83	8,99	4,24	1,36		4	4,41	40,3	5,57	13,8	5,70	1,57
(1 11/16″)	4,5	4,19	33,4	5,36	9,76	4,60	1,35	**(1 29/32″)**	4,5	4,85	39,3	6,19	15,0	6,21	1,56
	5	4,61	32,4	5,87	10,5	4,93	1,33		5	5,34	38,3	6,80	16,2	6,69	1,54
	5,6	5,07	31,2	6,47	11,2	5,29	1,32		5,6	5,89	37,1	7,51	17,4	7,21	1,52
	6,3	5,62	29,8	7,14	12,0	5,66	1,30		6,3	6,55	35,7	8,31	18,7	7,76	1,50
	7,1	6,19	28,2	7,87	12,8	6,02	1,27		7,1	7,24	34,1	9,19	20,1	8,31	1,48
	8	6,76	26,4	8,65	13,5	6,36	1,25		8	7,93	32,3	10,1	21,4	8,85	1,45
	8,8	7,27	24,8	9,29	14,0	6,61	1,23		8,8	8,56	30,7	10,9	22,4	9,26	1,43
	10	7,99	22,4	10,2	14,6	6,90	1,20		10	9,45	28,3	12,0	23,6	9,76	1,40
	11	8,54	20,4	10,9	15,0	7,08	1,18		11	10,2	26,3	12,9	24,4	10,1	1,37

CÁLCULO DE INSTALACIÓN DE SISTEMAS RADIANTES (4ª parte)

Por EA4BOD

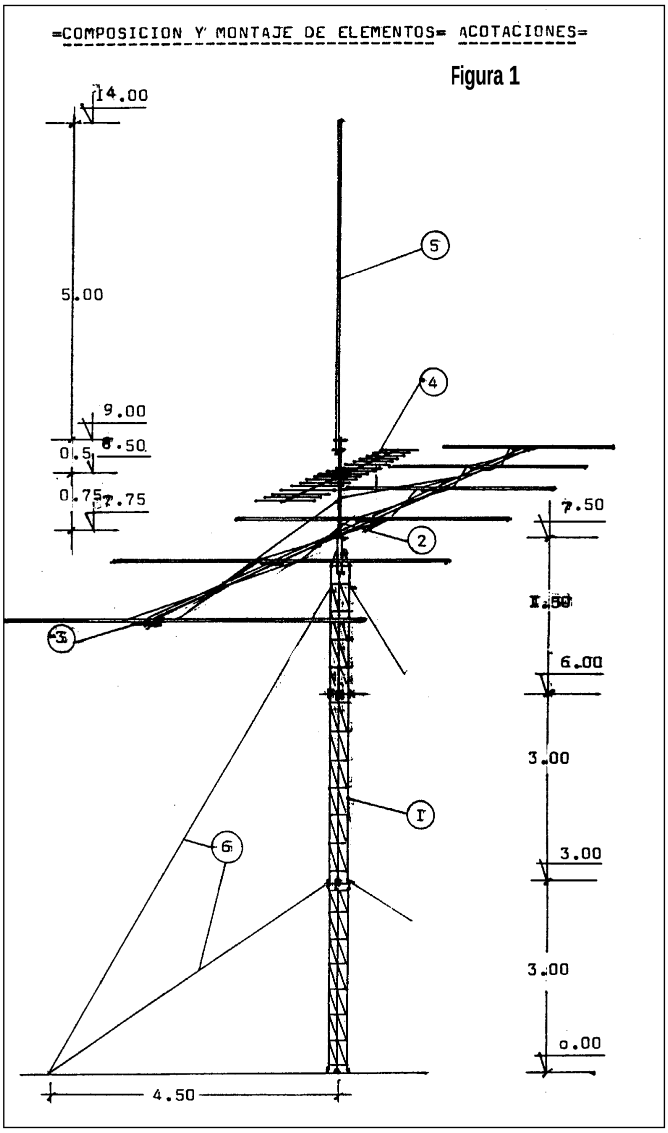


Figura 1

Hoy, antes de finalizar la serie de artículos sobre este tema, examinaremos y calcularemos el montaje de la instalación presentada en la figura 1. El sistema existe realmente, está sobre un tejado pero, como este tema ya lo hemos sometido a estudio, haremos un nuevo tema: cálculo de la instalación sobre terreno de cimentación.

Característica y composición de la instalación:

1. Torreta Televés modelo 180 SE conformada por:
   - a. Placa base rígida ref. 3019.
   - b. Tramo inferior de 3 m de altura ref. 3052.
   - c. Tramo intermedio 3 m de altura ref. 3022.
   - d. tramo superior 1,5 m de altura ref. 3061.

2.- Mástil ref. 3010 con un diámetro exterior Ø = 45 mm, e= 2 mm y longitud de 3 m.

3.- Antena logarítmica de HF tipo ANT 13-30-6
   - a. Traviesa: longitud/diámetro............... 6m/51,6 mm.
   - b. Elementos: 6 un. longit./diám............ 11m/20,0 mm.
   - c. Peso total... 15,0 kg.

4.- Antena logarítmica UHF-VHF tipo ATN 50-520-15
   - a. Traviesa: Longitud/diámetro.............. 3,1 m/30,0 mm.
   - b. Elementos: 15 un. de 15 mm de diámetro.
   - c. Peso total... 5 kg.

5. Antena vertical tipo Comet CA-2X x 2MAX
   - a. Altura o longitud............................... 5,4 m.
   - b. Diámetro promedio........................... 25 mm.
   - c. Peso.. 2,5 kg.

En nuestro nuevo caso, además de las normativas que prevén las acciones meteorológicas, los coeficientes de seguridad y otros que tomaremos como en los ejemplos anteriores, es imprescindible conocer también los momentos de inercia y módulos de resistencia que, si bien conocemos ya los de tubos (ver revista febrero 01), desconocemos los de las torretas triangulares.

Para el modelo 180 de Televés, los valores estáticos son:

Momento de inercia: $I_y = 142{,}1\ cm^4$ y $I_x = 142\ cm^4$

Módulo resistente mínimo $W_x = 12{,}47\ cm^3$

Área de sección $A = 2{,}61\ cm^2$. Acero A-42 (0 = 1730 kg/cm^2)

Proyección vertical $S = 0{,}08\ m^2/m$ y peso $P = 1{,}88\ kg/m$

Esfuerzos externos sobre los elementos (viento)

1.- Torreta: 0,08 m^2/m x 100 kg/m^2 x 0,7 = 5,6 kg/m

2.- Mástil: 0,45 m^2/m x 100 kg/m^2 x 0,7 = 3,2 kg/m

3.- Antena HF: (6m x 0,0516 m - 6 el. x x0,02^2) 100 kg/m^2 x 0,7
P = 22,23 kg

4.- Antena UHF: (3,1 m x 0,03 m - 15 el x 0,015^2) 100 x 0,7
P= 7,25 kg

5.- Antena vertical: 0,02 m^2/m x 100 kg/m^2 x 0,7 = 1,75 kg/m.

Donde 0,7 es el coeficiente aerodinámico para elementos de sección circular.

Independientemente de los diferentes cálculos que se han de realizar, el primero debe ser la comprobación del mástil en su punto de mayor momento flector - entrada en la torreta.

En la fig. 2 se da el esquema de cálculo con las cargas y acotaciones.

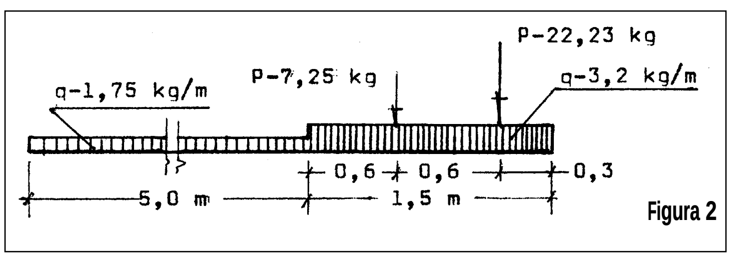


Figura 2

El momento máximo será igual a:

M_m = -1,75 kg/m x 5 m x 4 m -3,2 kg/m x 1,5^2 : 2 -7,25 kg x 0,9 - 22,23 x 0,3

M_m = -52 kgm y el esfuerzo en el mástil:

$$0 = \frac{M}{W} = 5200\ kgcm : 2{,}72\ cm^3 = 1912\ kg/cm^2.$$

Este esfuerzo supera el admisible para aceros A-42 = 1730 kg/cm^2 y por lo tanto será necesario seleccionar otro tubo del mismo diámetro exterior pero con pared de mayor grosor. Podemos instalar un tubo de:

e = 2,3 mm con W = 3,06 cm^3 y 0 = 5200 kgcm : 3,06 = 1699 kg/cm^2
o bien e = 2,6 mm W = 3,39 cm^3 y 0 = 1534 kg/cm^2

A veces, para simplificar las operaciones matemáticas, es conveniente en vez de operar con múltiples esfuerzos, obtener un único equivalente a la suma de todos ellos, ej.:

P = 1,75 kg/m x 5 m + 3,2 kg/m x 1,5 m + 7,25 kg + 22,23 kg = 43 kg.

Y ¿donde debe situarse este esfuerzo?. Pues a la distancia del vértice de la torreta que ofrezca el mismo momento.

L = M : P = 52 kgm : 43 kg = 1,2 m por lo que el esquema de cálculo quedaría simplificado al dibujo de la fig. 3.

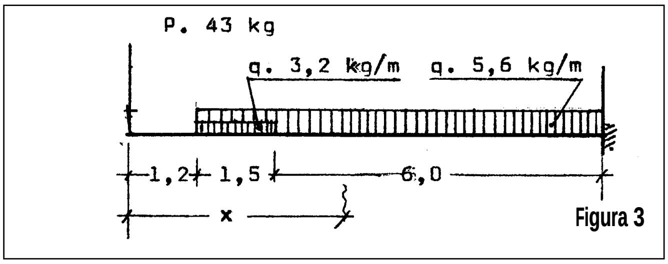


Figura 3

Llegados a este punto podemos preguntarnos: ¿son necesarios arriostramientos?. para contestar necesitamos determinar el momento máximo flector en el punto de anclaje de la torreta.

$$M_{max} = -43 \text{ kg x } 8{,}7 \text{ m} = -3{,}2 \text{ kg/m x } 1{,}5 \text{ m x } 6{,}75 \text{ m} - 5{,}6 \text{ x } \frac{6^2}{2}$$

M_{max} = 507 kgm y como el módulo resistente de la misma es de W = 12,47 cm^3 el esfuerzo será:

$$\frac{M}{W} = \frac{50700 \text{ kgcm}}{12{,}47} = 4066 \text{ kg/cm}^2$$

que es casi dos veces y media mayor que el tolerable por lo que tendremos que arriostrarla.

Otra variante podía ser resolviendo el problema con torreta modelo 360 ya que este momento flector dividido por su módulo resistente W = 74,52 cm^3 = 680 kg/cm^2 que es menos de la mitad de su resistencia y no necesita riostras.

Generalmente y en la tabla de datos técnicos que proporciona su fabricante (Televés), independientemente de la altura total de las torres arriostradas, siempre recomiendan el primer juego "a" fijarlo en el aro del tramo superior ("A").

Esto ocasionó la obligación de colocar un segundo juego como se aprecia en la fig. 1.

Razonemos:

1.- El punto "A" de fijación de las riostras está a medio metro de nuestro momento M = -52 kg que obtuvimos para el mástil.

2.- Nuestra torreta puede soportar hasta un momento flector de M = 0W = 1730 x 12,47 = 216 kgm.

Conclusión: No es lógico malgastar medios si no son necesarios. Veamos a que altura máxima se puede instalar un juego de riostras el momento flector máximo tolerable de 200 kgm estará a:

$$M_b = \frac{5}{8} \text{ ql de donde } 1 = 200 \text{ kgm} : 3{,}5 = 5{,}7 \text{ m.}$$

Así pues podemos optar por un único juego con:
x = 3,7 m y a-b = 5 m.
Comprobemos

$$M_a = -43 \text{ kg x } 3{,}7 - 3{,}2 \text{ kg/m x } 1{,}75 \text{ m x } 1{,}5 \text{ m} - 5{,}6 \text{ kg/m x } \frac{2{,}5^2}{2}$$

M_a = 187 kgm < 216 kgm.

Para los cálculos de riostras necesitamos conocer la magnitud de la reacción R_a

$$R_a = 4{,}3 \text{ kg} + 3{,}2 \text{ kg/m x } 1{,}5 \text{ m} + 5{,}6 \text{ kg/m x } 2{,}5 \text{ m} + \frac{3}{8} 5{,}6 \text{ x } 5 \text{ m}$$

R_a = 72,3 kg.

Con los resultados obtenidos, de nuevo, podemos simplificar nuestro esquema de cálculo que finalmente quedaría como la figura 4.

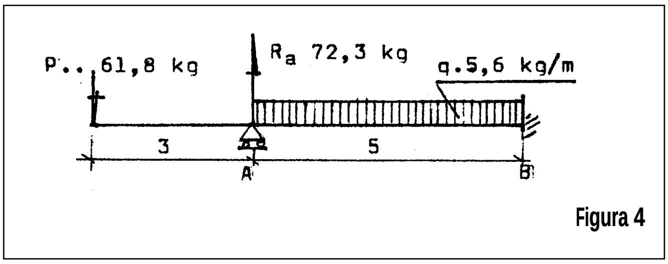


Figura 4

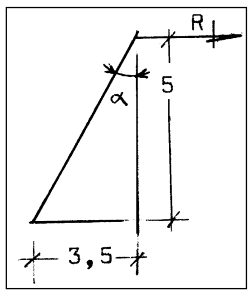
La carga total sobre la aplicación de las riostras será igual a R_a - 3 : 8 x 5 m x 5,6 kg/m = 72,3 kg - 10,5 kg = 61,8 kg y actuará a una distancia de:

L = M_a : P.. = 18700 kgcm : 61,8 kg = 303 cm.

El momento flector en el empotramiento:

M_b = -61,8 kg x 8 m -5,6 kg/m x 5^2 : 2 + 72,3 kg x 5 = 202,9 kgm

$$\text{El esfuerzo en el punto 8: } 0 = \frac{20290 \text{ kgcm}}{12{,}47} = 1627 \text{ kg/cm}^2 < 1730$$



Riostras.

Para el cálculo de las riostras necesitamos conocer la altura de enganche (5 m), distancia de anclaje (3,5) y la reacción R_a = 72,3 kg. Determinamos el ángulo ∝

tg∝ = 3,5 : 5 m = 0,7 y ∝ = 35°

sen 35º = 0,574 y cos 35° = 0,819

La tensión en la riostra será de

$$T = \frac{72{,}3 \text{ kg}}{0{,}474} = 126 \text{ kg}$$ y si le damos un pretensado de 100 kg tendríamos un total de alrededor de 230 kg.

Esta tensión produce a su vez una compresión en la torreta de : 230 kg x cos 35° = 230 x 0,819 = -188 kg

La sección del cable, tomando la tensión de rotura 140 kg/mm^2 y el coeficiente de seguridad 1,5 sería de:

$$s = 230 \text{ kg} : \frac{140}{} = 2{,}5 \text{ mm}^2$$ o lo que sería igual:

$$Ø = \sqrt{\frac{4}{\pi} \text{ x } 2{,}5} = 1{,}58 \text{ mm.}$$ Tomamos un 0 = 2 mm y 1 = 20 m.

Cimentaciones

Para asentar las torres sobre terrenos de cimentación, es necesario regirse por las normativas MV-101 que limitan las presiones admisibles según la naturaleza del terreno y la profundidad de cimentación.

Lo que debemos tener presente es que no debemos asentar cimientos en terrenos deficientes tales como rellenos sin consolidar u orgánicos.

Para terrenos coherentes de consolidación media (la pala penetra con dificultad) y profundidades de 0,5 a 1 m. podemos tomar una presión admisible aumenta entre 1,6 hasta 50 kh/cm^2.

En caso de da siempre es mejor los mínimo admisibles.

Para nuestro ejemplo tomaremos una presión admisible de 1,6 kg/cm^2.

Cimentación de riostras.

Si van a utilizar la anilla para empotrar ref. 3030, no necesitan calcularla de lo contrario haríamos el cálculo exclusivamente para nuestro caso. En ejemplos anteriores ya lo realizamos pero lo repetiremos.

La tensión de la riostra 230 kg la descomponemos en dos esfuerzos horizontal y vertical. El vertical es igual a 188 kg y el horizontal será igual a:

$$T_h = \sqrt{230^2 - 188^2} = \underline{132\ kg}$$

Si tomamos la altura de enganche 1,5 cm (ver dibujo), el momento flector será de:

M = 132 kg x 1,5 cm = <u>198 kgcm</u> y el módulo resistente necesario:

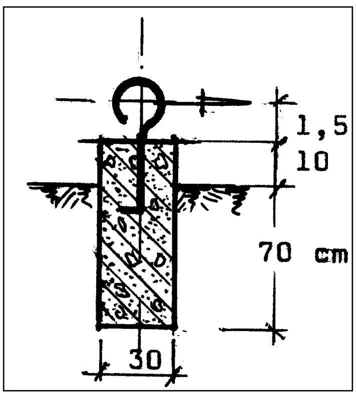
$$W = \frac{M}{0} = \frac{198\ kgcm}{1730\ kg/cm^3}\ 3 = 0,12\ cm^3$$

Como el módulo W para secciones circulares es igual a $\frac{\pi}{32} D^3$

$D^3 = 32\ W : \pi = 32 \times 0,12 : \pi = 1,22\ cm^3$ y

$D = \sqrt[3]{1,22} = 1,07$ cm.

Tomamos redondo de 1,5 cm de diámetro.



La cimentación tiene que resistir el esfuerzo de arranque vertical de 188 kg y tomando el peso específico del hormigón de 2400 kg/m^3 y una sección de 0,3 x 0,3 m necesitamos una altura:

0,3 x 0,3 x h x 2400 = 188 kg de donde

h = 188 : 216 = <u>0,87 m</u>.

Las zapatas deben sobresalir sobre el terreno unos 10 cm para que no se acumule el agua que perjudique el metal.

Cimentación de torretas.

Examinaremos dos posibles variantes de las cuales seleccionaremos la más desfavorable que cumpla los requisitos exigidos:

a) Cálculo de la superficie de asiento necesaria para sumir el peso total de la instalación.

b) Superficie exigida para empotrar en el hormigón la placa metálica (base rígida).

Para la variante "a"

El peso total:

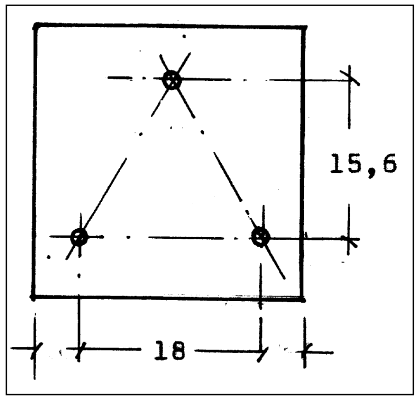
N = 1,88 x 7,5 m + 0,76 x 3 m + 15 + 5 + 2,6 = 40 kg.

de la estructura debemos aumentarle la tensión de compresión producida por las riostras y el peso de un operario con instrumental de donde:

Nt = 40 kg 188 kg + 100 kg = 328 kg.

La superficie de asiento necesaria para esta carga sería de:

S = 328 kg : 1,6 kg/cm^2 = 205 cm^2



Para la variante "b"

La superficie mínima de empotramiento en la zapata de la placa base estará limitada por sus dimensiones triangulares de 18 cm más las exigencias de protección del metal y que, en ambientes protegidos deben tener un mínimo de 2 cm hasta las superficies laterales del hormigón.

Para ambientes exteriores esta dimensión debe incrementarse en dos a cinco veces y tendríamos:

a = 18 + 10 cm x 2 = 38 cm

y la superficie sería de

a^2 = 38 x 48 = <u>1444 cm^2</u>

Televés recomienda 40 y 40 cm. = <u>1600 cm^2</u>

Surge una pregunta:

Como el hormigón tiene un peso de 2400 kg/m^3, ¿hasta que profundidad podemos elegir la superficie de asiento sin variar la sección de apoyo?

La carga total admisible será de

40 x 40 cm x 1,6 kg/cm^2 = 1000 kg. Si la restamos los 328 kg de la carga total sobre los cimientos nos quedan 670 kg que podemos aprovechar para los cimientos o una profundidad de:

0,4 x 0,4 m y h m x 2400 kg/m^3 = 670 kg. De aquí que

$$h = \frac{670}{0,16 \times 2400} = \underline{1,75\ m}$$

¿Y cual es la mínima profundidad? A esta pregunta ya contestamos anteriormente (ver Radioaficionados Julio 2000) solamente que el punto de giro "O" ya no está en la base... Discurran un poco y buena suerte.

Valores estáticos de torretas Televés mod. 180 y 360

mod. 180	mod. 360
D = 20 mm e = 1,5 mm	D = 30 mm e = 3 mm

I. Para un elemento

Area de sección $A = \pi : 4\ (D^2 - d^2)$

$A = 0,79(2^2 - 1,7^2) = \underline{0,87\ cm^2}$	$A = 0,79(3^2 - 2,4^2) = \underline{2,55\ cm^2}$

Momento de inercia $I_0 = \pi : 64\ (D^4 - d^4)\ cm^4$

$I_0 = 0,05(2^4 - 1,7^4) = 0,375$	$I_0 = 0,05(3^4 - 2,4^4) = 2,348$

II. Para dos elementos

$A = 2 \times 0,87 = \underline{1,74\ cm^2}$	$A = 2 \times 2,55 = \underline{5,1\ cm^2}$
$I_x = 2I_0 = 0,375 \times 2 = \underline{0,75}$	$I_x = 2I_0 = 2,348 \times 2 = \underline{4,7}$
$I'_y = I_x - A:4 \times a^2 = \underline{141,7\ cm^4}$	$I'_y = I_x - A:4 \times a^2 = \underline{1657\ cm^4}$

Módulo resistente W cm^3

$\boxed{W = \frac{2\ I_y}{a + D}}$

$W = \frac{2 \times 141,7}{2 + 18} = 14,09$	$W = \frac{2 \times 1657}{3 + 36} = 84,97$

III. Para tres elementos

$b = \sqrt{18^2 - 9^2} = \underline{15,59\ cm}$	$b = \sqrt{36^2 - 18^2} = \underline{31,2\ cm}$
$A = 3 \times 0,87 = 2,61\ cm^2$	$A = 3 \times 2,55 = 7,65\ cm^2$
$I_y = I'_y - I_0 = \underline{142,1\ cm^4}$	$I_y = 1657 - 2,348 = \underline{1659,4}$

$\boxed{I_x = 3I_0 + \frac{2}{9}Ab^2}$

$I_x = 1,125 + 140,97 = \underline{142,1}$	$I_x = 7,044 + 1654,9 = \underline{1661,9}$

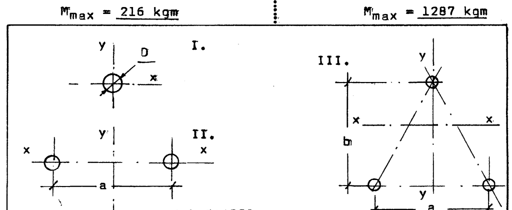
Módulo resistente mínimo W_x

$\boxed{W_x = \frac{6I_x}{4b + 3D}}$

$W_x = \frac{6 \times 142,1}{4 \times 15,59 + 6} = 12,47\ cm^3$	$W_x = \frac{6 \times 1661,9}{4 \times 31,2 + 9} = 74,52\ cm^3$

Momento máximo flector tolerable

$M_{max} = W\sigma = 12,5 \times 1730\ kg/cm^2$	$M_{max} = 74,52 \times 1730\ kg/cm^2$
$M_{max} = \underline{216\ kgm}$	$M_{max} = \underline{1287\ kgm}$



D. Val EA4BOD